

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
etapa locală – 19 februarie 2015

CLASA A V-A
SUBIECTE

1. Ce vârstă va avea în 2015 o persoană, știind că numărul format din ultimele două cifre ale anului nașterii sale este de trei ori mai mare decât numărul format din primele două cifre ale acestui an?
 2. a) Efectuați: $\left[(2^7)^8 + 25^{25} - 7^{36} : 7^{20}\right] : \left[2^{8^2} : 16^2 + 5^{5^1} : 5 - (7^3)^5 \cdot 7\right]$
b) Arătați că numărul $A = 2^{0^{1^5}} + 2^{0^{5^1}} + 2^{1^{0^5}} + 2^{1^{5^0}} + 2^{5^{0^1}}$ este cub perfect.
 3. Se consideră șirul de numere naturale 6, 13, 20, 27, 34, ...
 - a) Verificați dacă numărul 2015 este termen al șirului.
 - b) Aflați al 2015-lea termen al șirului.
 - c) Calculați suma primilor 2015 termeni ai șirului.
- (Supliment GM ianuarie 2014, prelucrare)
4. Calculați ultimele două cifre ale câtului împărțirii numărului $N = 7^{4n+1} + 6 \cdot 7^{4n} + 67$ la 13.

NOTĂ :

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timpul de lucru este de 2 ore.

Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
etapa locală – 19 februarie 2015

CLASA A VI-A
SUBIECTE

1. Un număr \overline{abcd} se numește “bănățean” dacă $a^2 + b^2 + c^2 = d$.
 - a) Cercetați dacă 2015 este un “număr bănățean”.
 - b) Arătați că există un unic “număr bănățean” prim, mai mare decât 2015.
 - c) Arătați că suma tuturor “numerelor bănățene” mai mari sau egale cu 2015 este divizibilă cu 3.
2. Calculați suma $E = \frac{201}{2} + \frac{601}{6} + \frac{1201}{12} + \frac{2001}{20} + \dots + \frac{9001}{90}$.

(RMT nr. 2/2014)
3. Fie punctul $O \in (AD)$. De aceeași parte a lui AD se construiesc semidreptele (OB) și (OC) astfel încât $m(\sphericalangle BOC) = 90^\circ$, $B \in \text{Int}(\sphericalangle AOC)$ și $m(\sphericalangle AOB) = 2 \cdot m(\sphericalangle COD)$. Se construiește (OE) astfel încât (OD) să fie bisectoarea unghiului EOC . Fie (OM) și (ON) bisectoarele unghiurilor BOC și AOE . Să se arate că punctele M, O, N sunt coliniare.
4. Să se arate că oricum am alege patru numere naturale pătrate perfecte, diferența a două din ele este divizibilă cu 5.

NOTĂ :

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timpul de lucru este de 2 ore.

Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
etapa locală – 19 februarie 2015

CLASA A VII-A
SUBIECTE

1. Arătați că $\sqrt{2016^n + 2015x^2 + 2017}$ este număr irațional, oricare ar fi numerele naturale x și n .
2. Să se rezolve ecuația: $1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+x} = \frac{2015}{1008}$.
3. Fie trapezul dreptunghic ABCD cu $m(\sphericalangle A) = m(\sphericalangle D) = 90^\circ$, iar M mijlocul lui [AD]. Dacă $BM \perp AC$, atunci $BD \perp MC$.
4. Să se demonstreze că, într-un triunghi dreptunghic cu un unghi de 30° , lungimea bisectoarei unghiului drept este jumătate din lungimea bisectoarei unghiului de 30° .

(GM nr. 6-7-8/ 2013)

NOTĂ :

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timpul de lucru este de 3 ore.

Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 19.02.2015**

**clasa a VIII-a
SUBIECTE**

1. Să se rezolve ecuația $[x] + 3 \cdot \{x\} = 2015$, unde prin $[x]$ și $\{x\}$ se notează partea întreagă și respectiv partea fracționară a lui x .
2. a) Demonstrați că $\frac{2a}{16a^4 + 3} \leq \frac{1}{4}$, oricare ar fi $a \in \mathbf{R}$.
(R.M.T. Nr. 1 / 2013)
b) Arătați că $(2x^2 + 1) \cdot (2y^2 + 1) \geq 8xy$, oricare ar fi $x, y \in \mathbf{R}$.
(R.M.T. Nr. 2 / 2014)
3. Fie paralelogramul ABCD cu $AB = 2 \cdot AD = 2 \cdot a$, ($a > 0$) și $m(\angle BCD) = 120^\circ$. Pe planul paralelogramului se ridică perpendiculara $AN = a$.
 - a) Demonstrați că $BM \perp (NAM)$, unde M este mijlocul laturii CD.
 - b) Determinați măsura unghiului format de MN cu planul paralelogramului
 - c) Calculați distanța de la punctul A la planul (NMB).
4. Fie punctele necoplanare A, B, C, D. Să se demonstreze că, dacă $\frac{CA}{CB} + \frac{CB}{CA} + \frac{DA}{DB} + \frac{DB}{DA} \leq 4$, atunci $AB \perp CD$.

NOTĂ :

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timpul de lucru este de 3 ore.

Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.